

دانشکده‌ی ریاضی

ریاضی - جبر

## عنوان پایان‌نامه

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد

نام و نام خانوادگی

استاد راهنما: نام استاد راهنما

استاد مشاور: نام استاد مشاور

۲۴ آذر ۱۴۰۳

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقدیم به آنهایی که می‌خوانند بیشتر بدانند.

## شکر و قدردانی

در اینجا از همه دوستانم که در این سال ها به من کمک کرده اند تشکر می کنم.

## چکیده

چکیده پایان‌نامه خود را به زبان فارسی در این قسمت بنویسید.

واژه‌های کلیدی: کلمه کلیدی اول، کلمه کلیدی دوم، کلمه کلیدی سوم

# فهرست مطالب

چکیده	.....	پنج
پیش‌گفتار	.....	۱
عنوان فصل یا پیوست	.....	۲
عنوان بخش	.....	۱.۱
عنوان زیر بخش	.....	۱.۱.۱
بخش دوم	.....	۲.۱
عنوان فصل یا پیوست	.....	۲
عنوان بخش	.....	۱.۲
عنوان زیر بخش	.....	۱.۱.۲
واژه‌نامه انگلیسی به فارسی	.....	۹
واژه‌نامه فارسی به انگلیسی	.....	۱۰

## پیش‌گفتار

در اینجا اگر دوست داشتید چند پاراگرافی را به عنوان پیش‌گفتار پایان‌نامه بنویسید.

# فصل ۱

## عنوان فصل یا پیوست

به عنوان مثال مقداری متن در این قسمت قرار می دهیم. فرض کنید  $\mathbb{K}$  یک میدان و  $S = \mathbb{K}[x_1, \dots, x_n]$  حلقه چندجمله‌ای‌ها روی میدان  $\mathbb{K}$  باشد که با درجه بندی استاندارد مدرج شده است. فرض کنید  $M = \bigoplus_{i \in \mathbb{Z}} M_i$  یک  $S$ -مدول ناصفر با تولید متناهی باشد. به ازای هر  $i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ، تعریف می کنیم:

$$t_i^S(M) = \max\{j : \beta_{i,j}^{\mathbb{K}}(M) \neq 0\}$$

که در آن  $\beta_{i,j}^{\mathbb{K}}(M)$ ، همان  $i, j$ -امین عدد بتی  $M$  به عنوان  $S$ -مدول است. در واقع

$$\beta_{i,j}^{\mathbb{K}}(M) = \dim_{\mathbb{K}} \text{Tor}_i^S(\mathbb{K}, M)_j$$

در حالتی که  $\text{Tor}_i^S(\mathbb{K}, M) = 0$ ، قرار می دهیم  $t_i^S(M) = -\infty$ .



عدد نظم کاستلنوو-مافورد  $M$  که با  $\text{reg}(M)$  نمایش می‌دهیم را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{reg}(M) = \sup\{t_i^S(M) - i : i \in \mathbb{Z}\}.$$

همچنین درجه آغازین یک  $S$ -مدول با تولید متناهی و ناصفر  $M = \bigoplus_{i \in \mathbb{Z}} M_i$  را با  $\text{indeg}(M)$  نمایش داده و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{indeg}(M) = \inf\{i : M_i \neq 0\}.$$

گوییم  $M$  دارای تحلیل  $d$ -خطی است، هرگاه  $\text{reg}(M) = \text{indeg}(M)$ .

**قضیه ۱.۰.۱.** فرض کنید  $M \neq 0$  یک  $S$ -مدول با تولید متناهی باشد. موارد زیر هم‌ارز هستند:

$$.a = \text{reg}(M) \quad (\bar{I})$$

$$.a = \max\{t : \beta_{i,i+t}^{\mathbb{K}}(M) \neq 0; i \geq 0\} \quad \text{(ب) به‌ازای برخی } i \geq 0$$

$$.a = \max\{t : \text{Tor}_i^S(K, M)_{t+i} \neq 0; i \geq 0\} \quad \text{(پ) به‌ازای برخی } i \geq 0$$

$$.a = \max\{t : \text{Ext}_S^i(K, M)_{-t-i} \neq 0; i \geq 0\} \quad \text{(ت) به‌ازای برخی } i \geq 0$$

$$.a = \max\{t : H_m^i(M)_{t-i} \neq 0; i \geq 0\} \quad \text{(ث) به‌ازای برخی } i \geq 0$$

$$.a_i(M) = \max\{t : H_m^i(M)_t \neq 0\} \quad \text{(ج) که در آن } a = \max\{a_i(M) + i : i \in \mathbb{N}\}$$

## ۱.۱ عنوان بخش

متن بخش اول را در اینجا بنویسید.

**تعریف ۱.۱.۱.** فرض کنید  $[n] = \{1, \dots, n\}$  و  $\Delta$  یک مجتمع سادگی بر  $[n]$  باشد. در این صورت ایدآل استنلی-رایزنر  $\Delta$  را با  $I_\Delta$  نمایش داده و به صورت زیر تعریف می کنیم

$$I_\Delta = (\mathbf{x}_F : F \notin \Delta).$$

### ۱.۱.۱ عنوان زیر بخش

**قضیه ۲.۱.۱.** فرض کنید  $C$  یک  $d$ -ابرگراف روی مجموعه رأس های  $[n]$  باشد که مینیمال نسبت به  $d$ -خطی بودن است و  $I = I(\bar{C}) \subset \mathbb{K}[x_1, \dots, x_n]$  ایدآل متناظر با  $C$  باشد. در این صورت تحلیل آزاد مینیمال ایده آل  $I$  به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \circ \rightarrow S^{\beta_{n-d,n}}(-n) \rightarrow S(-n) \oplus S^{\beta_{n-d-1,n-1}}(-(n-1)) \rightarrow S^{\beta_{n-d-2,n-2}}(-(n-2)) \\ \rightarrow \dots \rightarrow S^{\beta_{1,d+1}}(-(d+1)) \rightarrow S^{\beta_{0,d}}(-d) \rightarrow I \rightarrow \circ \end{aligned}$$

که در آن،

$$\beta_{n-d,n}(I) = 1 - e(S/I) + \sum_{i=0}^{d-1} (-1)^{d+i-1} \binom{n}{i} \quad (\bar{I})$$

$$\beta_{i,i+d}(I) = \binom{n-d}{i} \left( \frac{d}{d+i} \binom{n}{d} - e(S/I) \right) \text{ داریم، } 0 \leq i \leq n-d-1 \quad (\text{ب})$$

**مثال ۱** (رجوع شود به [۱، قضیه ۳.۵]). فرض کنید  $\Delta$  یک مثلث بندی از کره  $\mathbb{S}^2$  با  $n > 4$  رأس باشد و  $C = \mathcal{F}(\Delta)$ ، ابرگراف متناظر با  $\Delta$  باشد. در این صورت  $C$  یک ۳-شبه مینیفلد جهت پذیر است. پس با توجه به قضیه، ابرگراف  $C$  مینیمال نسبت به ۳-خطی بودن است. لذا قضیه ۲.۱.۱ ایجاب می کند که تحلیل آزاد مینیمال ایدآل  $I = I(\bar{C})$  به صورت زیر است:

$$\circ \rightarrow S^{\beta_{n-3,n}}(-n) \rightarrow S(-n) \oplus S^{\beta_{n-4,n-1}}(-(n-1)) \rightarrow S^{\beta_{n-5,n-2}}(-(n-2))$$

$$\rightarrow \dots \rightarrow S^{\beta_0, \beta}(-3) \rightarrow I \rightarrow 0$$

که در آن،

$$\beta_{i, i+3}^{\mathbb{K}}(I) = \binom{n-3}{i} \left( \frac{3}{3+i} \binom{n}{3} - 2(n-2) \right).$$

## ۲.۱ بخش دوم

گزاره ۱.۲.۱. مقدار متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن

نتیجه ۲.۲.۱. مقدار متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن

لم ۳.۲.۱. مقدار متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن

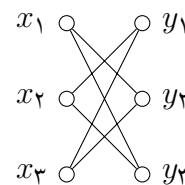
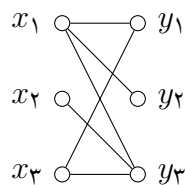
حدس ۴.۲.۱. مقدار متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن

تبصره ۱. مقدار متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن

پرسش ۱. مقدار متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن

مساله ۱. مقدار متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن

نماد ۱. مقدار متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن مقداری متن



شکل ۱.۱: دو مثال از گراف‌های دوبخشی

---

**Algorithm 1** A POSITIVE MATCHING DECOMPOSITION OF A LABELED BIPARTITE GRAPH
 

---

**Require:** A labeled bipartite graph  $\Gamma$  with bipartition  $X, Y$ 
**Ensure:** A positive matching decomposition of  $\Gamma$ 

```

1:  $k \leftarrow 0$ 
2: while  $E(\Gamma) \neq \emptyset$  do
3:    $k \leftarrow k + 1$ 
4:    $X' \leftarrow X \setminus \{\text{isolated vertices of } X\}$ 
5:    $Y' \leftarrow \emptyset$ 
6:    $M_k \leftarrow \emptyset$ 
7:   while  $X' \neq \emptyset$  do
8:      $s \leftarrow \min(\text{Slopes}(\Gamma[X' \cup Y]))$ 
9:      $M \leftarrow \{xy \in E(\Gamma[X' \cup Y]) : \text{slope}(xy) = s\}$ 
10:     $M_k \leftarrow M_k \cup \{xy \in M : y \notin Y'\}$ 
11:     $X' \leftarrow X' \setminus \{x : xy \in M\}$ 
12:     $Y' \leftarrow Y' \cup \{y : xy \in M\}$ 
13:   end while
14:    $E(\Gamma) \leftarrow E(\Gamma) \setminus M_k$ 
15: end while
16: return  $M_1, \dots, M_k$ 

```

---

		Oriented surfaces		Non-oriented surfaces
	$S$	Sphere	Connected sum of $r$ tori	Connected sum of $r$ Projective Plane
	$\chi(S)$	2	$2 - 2r$	$2 - r$
$\tilde{H}_i(S, \mathbb{K})$	$i = 0$	0	0	0
	$i = 1$	0	$\mathbb{K}^{2r}$	$(\mathbb{Z}_2 \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{K}) \oplus \mathbb{K}^{r-1}$
	$i = 2$	$\mathbb{K}$	$\mathbb{K}$	$\text{Tor}_1^{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}_2, \mathbb{K})$

Table 1.1: Homology of 2-manifolds

## فصل ۲

### عنوان فصل یا پیوست

متن فصل را در اینجا بنویسید.

#### ۱.۲ عنوان بخش

متن بخش را می‌توانید در این ناحیه بنویسید.

#### ۱.۱.۲ عنوان زیر بخش

متن زیر بخش را می‌توانید در این قسمت بنویسید

## کتاب نامه

- [1] Morales, M., Yazdan Pour, A. A., and Zaare-Nahandi, R. Regularity and free resolution of ideals which are minimal to  $d$ -linearity. *MATHEMATICA SCANDINAVICA*, 118(2):161–182, Jun. 2016.
- [2] Farrokhi D.G., Mohammad, Gharakhloo, Shekoofeh, and Yazdan Pour, Ali Akbar. Positive matching decompositions of graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 320:311–323, 2022.

# واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

Example ..... مثال

module ..... مدول

# واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

Example ..... مثال

module ..... مدول



## **Abstract**

**Keywords:** *Keyword1, Keyword2, Keyword3*



**Institute for Advanced Studies  
in Basic Sciences**  
Gava Zang, Zanjan, Iran

**Department of Mathematics**  
**Mathematics-Algebra**

**Title of the thesis**

Master's Thesis

**First Name Last Name**

Supervisor: Name of Supervisor

Advisor: Name of Advisor

December 14, 2024